

SIS PIEMONTE – ANNO ACCADEMICO 2008/09

CORSO DI PEDAGOGIA SPERIMENTALE

ANALISI DI UNA PROVA DI VALUTAZIONE DI MATEMATICA

DOCENTE:

Prof. Roberto TRINCHERO

SPECIALIZZANDO:

Paolo REGIS

indirizzo FIM

A049 matematica e fisica

e-mail: regispaolo@libero.it

Indice

1. destinatari della prova.....	pag.3
2. contenuti e prerequisiti.....	pag.3
3. obiettivi generali.....	pag.4
4. obiettivi di apprendimento e descrittori di raggiungimento.....	pag.4
5. tipologia e strutturazione della prova di verifica.....	pag.12
6. prova di verifica.....	pag.12
7. criteri di scoring.....	pag.15
8. griglia e criteri valutazione.....	pag.16
9. tabella di conversione punteggi – voti.....	pag.19
10. risultati della prova e analisi dei dati acquisiti.....	pag.20
11. analisi degli item.....	pag.24
12. recupero e programmazione successiva.....	pag.30
13. conclusioni.....	pag.33

1. Destinatari della prova

La prova di verifica di cui vado a fare l'analisi è stata somministrata da me durante un tirocinio attivo svolto a gennaio 2009 in una classe seconda di un Liceo socio-pedagogico, composta da 21 allievi, con netta prevalenza di femmine (solo 3 i maschi), a dire della docente accogliente senza particolari difficoltà. Il mio intervento didattico si è focalizzato sulle disequazioni di I grado, argomento che non richiede una teoria particolarmente complessa infatti è sufficiente conoscere le regole di calcolo già apprese nella classe prima (si presume che lo siano), comprendere l'uso della tabella dei segni e applicare i metodi risolutivi, derivanti da semplici considerazioni sulle singole parti di una disequazione. Comprendere l'importanza della discussione del denominatore contenente l'incognita è fondamentale per l'intero corso di studi che porterà allo studio delle funzioni (quinto anno). Molto più interessante, ma non apprezzato in egual modo dagli allievi sono i problemi “del mondo reale” (compiti autentici) che si risolvono grazie a un modello matematico e nel contesto specifico alle disequazioni. Non è quindi un'unità didattica che richiede teorie complicate o dimostrazioni e procedimenti di calcolo laboriosi. È un argomento alla portata di tutti che non va però sottovalutato non tanto per le difficoltà ma per il forte carattere propedeutico verso altri argomenti. Proprio per questo motivo tante ore sono state dedicate all'esercitazione in classe, in modo che gli studenti fossero guidati nella fase operativa.

In totale il mio tirocinio ha richiesto 10 ore di lezione, di cui 4 di lezione frontale, 2 dedicate ad esercizi svolti singolarmente dagli studenti, chiamati a turno alla lavagna, 3 di lavori di gruppo secondo il metodo del cooperative learning (la classe è stata divisa in gruppetti eterogenei di 3 allievi, in modo tale che l'allievo “esperto” mostrasse il metodo di risoluzione ai compagni) e 1 ora in laboratorio informatico per l'uso di applicativi di tipo matematico.

Al termine del tirocinio 2 ore sono state impiegate per la verifica sommativa e 1 per la correzione e consegna della stessa. La tipologia della verifica, come i criteri di scoring e la griglia di valutazione, sono stati concordati precedentemente con la tutor: insieme abbiamo optato per una prova semistrutturata divisa secondo due file (A e B) di uguale difficoltà.

In totale gli allievi che hanno svolto la prova sono stati 20 (1 è risultato assente).

2. Contenuti e prerequisiti

✓ prerequisiti:

- conoscere i numeri e i loro insiemi
- rappresentare i numeri sulla retta
- conoscere i monomi e i polinomi e le operazioni su di essi
- conoscere prodotti notevoli e quadrati dei binomi
- conoscere i principi di equivalenza
- conoscere i simboli numerici
- riconoscere e saper risolvere equazioni di primo grado
- saper passare dal linguaggio naturale a quello matematico sintetico e viceversa
- saper modellizzare matematicamente problemi del mondo reale
- ricordare la tabella dei segni e saperla contestualizzare a nuove situazioni

✓ contenuti dell'attività di tirocinio e della prova di valutazione:

- scrittura corretta degli intervalli di validità di una disequazione
- uso corretto delle parentesi tonde o quadrate, individuandone le differenze
- rappresentazione delle soluzioni delle disequazioni sulla retta **R**

- applicazione dei principi di equivalenza alle disequazioni, con particolare attenzione al cambio di verso della disequazione
- risoluzione delle disequazioni intere
- differenza tra le disequazioni fratte e quelle intere
- discussione sul significato del denominatore (applicazione del metodo risolutivo e disegno grafico delle soluzioni parziali e discussione della soluzione “globale”)
- risoluzione dei sistemi di disequazioni (a 2 o più disequazioni), discussione e applicazione del metodo risolutivo, rappresentazione grafica del metodo
- risoluzione di problemi matematici utilizzando le disequazioni intere di primo grado
- interpretazione di problemi del mondo reale e passaggio al modello matematico e in particolare alle disequazioni di primo grado (interi o sistemi)

3. Obiettivi dell'intervento didattico

- sapere la differenza fra disequazione e disuguaglianza
- conoscere e saper applicare i principi di equivalenza sia sulle disuguaglianze sia sulle disequazioni
- conoscere l'espressione “normale” delle disequazioni e saper manipolare una disequazione per riportarla in questa forma
- conoscere la differenza fra disequazione intera, frazionaria e sistema di disequazioni
- conoscere la tabella dei segni e saperla utilizzare quando necessario
- conoscere e saper applicare i metodi risolutivi per le disequazioni fratte e per i sistemi
- conoscere il simbolismo matematico e in particolare quello riferito alle disequazioni e all'espressione delle soluzioni
- saper passare dal linguaggio verbale a quello matematico sintetico riconoscendone la potenza espressiva
- saper utilizzare grafici e tabelle delle soluzioni delle disequazioni e saper rappresentare nei vari registri (algebrico, grafico e insiemistico) le soluzioni calcolate

4. Obiettivi di apprendimento e descrittori di avvenuto raggiungimento

Item della prova	Tipo di domanda	Obiettivi di apprendimento	Classificazioni e di Anderson e	Indicatori / Descrittori
1	Completo	Conoscere i principi di equivalenza per le espressioni algebriche e i diversi simboli delle disequazioni (segni e verso)	Ricordare - rievocare	1. Ricordare i principi di equivalenza 2. Ricordare l'utilizzo corretto dei simboli matematici $<$, $>$, \geq , \leq
2	Completo del	Conoscere la forma normale di una		1. Ricordare l'espressione di una

	metodo risolutivo di una disequazione intera	disequazione e i principi di equivalenza	Ricordare - rievocare	disequazione lineare intera 2. Ricordare l'utilizzo corretto dei simboli matematici $<$, $>$, \geq , \leq 3. Ricordare i principi di equivalenza per scrivere la disequazione in forma normale
3	Traduzione e dalla forma verbale alla forma matematica	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretazione delle richieste espresse col linguaggio verbale • traduzione nel linguaggio matematico sintetico 	Comprendere	<ol style="list-style-type: none"> 1. Interpretare le informazioni date per generarne di nuove (esprimere in simboli matematici i termini superare, essere inferiore, non superare.....) 2. Esprimere una disequazione nella forma non normale
4	Domanda a scelta multipla	<ul style="list-style-type: none"> • Riconoscere i principi di equivalenza nelle disequazioni elencate 	Analizzare	<ol style="list-style-type: none"> 1. Riconoscere i principi di equivalenza e in particolar modo quello del prodotto o divisione per lo stesso termine scegliendo la risposta esatta fra quelle proposte
5	Risolvere l'esercizio	<ul style="list-style-type: none"> • Risolvere algebricamente una disequazione lineare in una incognita (intera), riportandola dapprima nella forma normale • Calcolare il minimo comune multiplo di espressioni algebriche contenenti denominatori puramente numerici (non lettera x) • Descrivere la soluzione della disequazioni in varie forme 	Applicare - eseguire	<ol style="list-style-type: none"> 1. Manipolando algebricamente l'espressione della disequazione (m.c.m e spostamento dei termini) e applicando correttamente i principi di equivalenza riportare la disequazione nella sua espressione normale 2. Ricercare la soluzione algebrica della disequazione 3. Rappresentare graficamente (retta R) e come intervallo (uso delle parentesi) la

		<ol style="list-style-type: none"> 1. algebrica 2. simbolica (intervalli) 3. grafica 		soluzione ottenuta
6	Risolvere l'esercizio	<ul style="list-style-type: none"> • Risolvere algebricamente una disequazione lineare in una incognita (intera), riportandola dapprima nella forma normale • Descrivere la soluzione della disequazioni in varie forme <ol style="list-style-type: none"> 1. algebrica 2. simbolica (intervalli) 3. grafica 	Applicare – eseguire	<ol style="list-style-type: none"> 1. Manipolando algebricamente l'espressione della disequazione e applicando correttamente i principi di equivalenza riportare la disequazione nella sua espressione normale 2. Ricercare la soluzione algebrica della disequazione 3. Rappresentare graficamente (retta R) e come intervallo (uso delle parentesi) la soluzione ottenuta
7	Risolvere l'esercizio	<ul style="list-style-type: none"> • Risolvere algebricamente una disequazione lineare in una incognita (intera) • Svolgere il quadrato di un binomio • Descrivere la soluzione della disequazioni in varie forme <ol style="list-style-type: none"> 1. algebrica 2. simbolica (intervalli) 3. grafica 	Applicare – eseguire	<ol style="list-style-type: none"> 1. Manipolando algebricamente l'espressione della disequazione (quadrati di binomi e facendo le opportune semplificazioni) e applicando correttamente i principi di equivalenza riportare la disequazione nella sua espressione normale 2. Ricercare la soluzione algebrica della disequazione 3. Rappresentare graficamente (retta R) e come intervallo (uso delle parentesi) la soluzione ottenuta
8B	Risolvere l'esercizio	<ul style="list-style-type: none"> • Risolvere un sistema di 2 disequazioni lineari ad una incognita • Disegnare 	applicare -	<ol style="list-style-type: none"> 1. Risolvere separatamente le disequazioni messe a sistema e esprimere graficamente le

		graficamente le soluzioni parziali e riconoscere il sistema come intersezione di soluzioni	eseguire	soluzioni (osservare come sia inutile utilizzare le altre forme espressive delle soluzioni) 2. Considerare il significato di sistema (contemporaneità dell'aver verificate le singole disequazioni) e quindi di intersezione di insiemi 3. Ricavare dal disegno della tabella (grafico) delle soluzioni la soluzione globale del sistema (contemporaneità di tratti continui) ed esprimerla algebricamente, graficamente e simbolicamente (intervalli con uso di parentesi)
8A	Risolvere l'esercizio	<ul style="list-style-type: none"> • Riconoscere una disequazione frazionaria • Applicare la tabella dei segni • Discutere il significato del denominatore • Applicare il metodo risolutivo per le disequazioni fratte • Costruire la tabella o grafico delle soluzioni 	Applicare - eseguire	<ol style="list-style-type: none"> 1. Discutere il denominatore e considerare separatamente numeratore e denominatore come descritto nel metodo risolutivo e costruire il grafico o tabella delle soluzioni 2. Applicare la regola dei segni (+ + + e - - - = + mentre + - - o - - + = -) facendo riferimento al grafico e decidere osservando il verso della disequazione quale è l'intervallo o gli intervalli soluzione della disequazione fratta 3. Rappresentare algebricamente,

				graficamente (retta R) e come intervallo (uso delle parentesi) la soluzione ottenuta
9A/ 9B	Risolvere l'esercizio	<ul style="list-style-type: none"> • Riconoscere una disequazione frazionaria • Calcolare il m.c.m. nel caso di termini contenente la lettera incognita x • Applicare la tabella dei segni • Discutere il significato del denominatore • Applicare il metodo risolutivo per le disequazioni fratte • Costruire la tabella o grafico delle soluzioni 	<p>Ricordare – rievocare</p> <p>applicare - eseguire</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Svolgere manipolazioni algebriche sulla disequazione e calcolare il minimo comune multiplo per riportarla nella forma normale $\left(\frac{N(x)}{D(x)}\right) >, <, \leq, \geq 0$ 2. Discutere il denominatore e considerare separatamente numeratore e denominatore come descritto nel metodo risolutivo e costruire il grafico o tabella delle soluzioni 3. Applicare la regola dei segni (+++ e --- = + mentre +- - o -+- = -) facendo riferimento al grafico e decidere osservando il verso della disequazione quale è l'intervallo o gli intervalli soluzione della disequazione fratta 4. Rappresentare algebricamente, graficamente (retta R) e come intervallo (uso delle parentesi) la soluzione ottenuta
10A	Risolvere l'esercizio	<ul style="list-style-type: none"> • Riconoscere e risolvere un sistema di 3 disequazioni lineari ad una incognita • Discutere il caso di 		<ol style="list-style-type: none"> 1. Risolvere separatamente le disequazioni messe a sistema e esprimere graficamente le

		<p>trasformazione di una disequazione in una disuguaglianza (sempre verificata o mai verificata)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretare algebricamente e graficamente il concetto di disequazione verificata per ogni x • Disegnare graficamente le soluzioni parziali e riconoscere il sistema come intersezione di soluzioni 	<p>Interpretare - comprendere</p> <p>applicare - eseguire</p>	<p>soluzioni (osservare come sia inutile utilizzare le altre forme espressive delle soluzioni)</p> <p>2. Discutere il significato di disequazione sempre verificata (il caso opposto è mai verificato) e usare il simbolismo matematico per scrivere questa situazione che va riportata anche sul grafico</p> <p>3. Considerare il significato di sistema (contemporaneità dell'aver verificate le singole disequazioni) e quindi di intersezione di insiemi</p> <p>4. Ricavare dal disegno della tabella (grafico) delle soluzioni la soluzione globale del sistema (contemporaneità di tratti continui) ed esprimerla algebricamente, graficamente e simbolicamente (intervalli con uso di parentesi)</p>
10B	Risolvere l'esercizio	<ul style="list-style-type: none"> • Riconoscere una disequazione frazionaria • Sapere come calcolare il m.c.m. nel caso di termini contenente la lettera incognita x • Applicare la tabella dei segni • Discutere il significato del denominatore • Applicare il metodo 	<p>Applicare - eseguire</p>	<p>1. Svolgere manipolazioni algebriche sulla disequazione e calcolare il minimo comune multiplo per riportarla nella forma normale $\left(\frac{N(x)}{D(x)}\right) >, < 0$</p> <p>2. Discutere il denominatore e</p>

		<p>risolutivo per le disequazioni fratte</p> <ul style="list-style-type: none"> • Costruire la tabella o grafico delle soluzioni 		<p>considerare separatamente numeratore e denominatore come descritto nel metodo risolutivo e costruire il grafico o tabella delle soluzioni</p> <p>3. Applicare la regola dei segni (+·+ e ·-· = + mentre +·- o ·-+ = -) facendo riferimento al grafico e decidere osservando il verso della disequazione quale è l'intervallo o gli intervalli soluzione della disequazione fratta</p> <p>4. Rappresentare algebricamente, graficamente (retta R) e come intervallo (uso delle parentesi) la soluzione ottenuta</p>
11	Risolvere il problema	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretare e tradurre in linguaggio matematico sintetico un problema matematico espresso con il linguaggio ordinario • Analizzare e classificare i dati forniti dal problema identificando quelli noti e quelli incogniti • Contestualizzare e modellizzare matematicamente il problema esprimendolo come espressione matematica (nel caso specifico disequazione di primo grado intera) • Applicare il metodo 	<p>Creare - generare</p> <p>interpretare - comprendere</p> <p>applicare - eseguire</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Individuare dati e incognite del problema 2. Costruire il modello matematico del problema in esame, nel particolare caso scrivere una disequazione di primo grado intero 3. Risolvere la disequazione e scrivere nel modo opportuno la soluzione 4. Fare verifiche e valutazioni della soluzione

		<p>risolutivo e scrivere nella forma più opportuna la soluzione</p> <ul style="list-style-type: none"> • Verificare il significato della soluzione e discuterne la validità • Rispettare le consegne del problema facendo le verifiche richieste partendo dai dati ottenuti nei punti precedenti 		
12	Risolvere il problema	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretare e tradurre in linguaggio matematico sintetico un problema preso dal mondo reale • Analizzare e classificare i dati forniti dal problema identificando quelli noti e quelli incogniti • Contestualizzare e modellizzare matematicamente il problema esprimendolo come espressione matematica • Mettere a confronto le espressioni matematiche che descrivono le 2 proposte del problema • Scrivere la disequazione che esprime in forma sintetica le richieste del problema • Applicare il metodo risolutivo e scrivere nella forma più opportuna la soluzione • Verificare il significato della soluzione e discuterne la validità 	<p>Creare - generare</p> <p>interpretare - comprendere</p> <p>applicare - eseguire</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Individuare dati e incognite del problema 2. Costruire il modello matematico del problema in esame, nel particolare caso scrivere una disequazione di primo grado intera 3. Risolvere la disequazione e scrivere nel modo opportuno la soluzione 4. Fare verifiche e valutazioni della soluzione

5. Tipologia e strutturazione della prova di verifica

La prova è stata somministrata alla classe seconda al termine del tirocinio attivo con la funzione di verificare il livello di apprendimento degli allievi, valutando il raggiungimento o meno degli obiettivi prefissati ed esplicitati nella tabella sopra riportata, al fine di accertare le eventuali lacune del mio intervento e la necessità di riprendere alcuni concetti.

Con la collaborazione della mia tutor ho predisposto una verifica di tipo semistrutturato, concordando con lei la tipologia degli esercizi, la durata della prova stessa e la griglia di valutazione.

La prova comprende test a risposta multipla, domande in cui si richiede di esprimere con linguaggio matematico sintetico sequenze di operazioni descritte nel linguaggio ordinario, esercizi "classici" sulle disequazioni di primo grado a una incognita (diseq. intere, fratte e sistemi) e problemi (anche presi dal mondo reale). Si è deciso di fare in modo che con i soli esercizi che richiedono l'applicazione di semplici metodi di calcolo e la conoscenza dei principi di equivalenza per le disequazioni si potesse raggiungere la sufficienza. I problemi consentono di raggiungere la votazione massima (10) e di indagare le competenze raggiunte dagli allievi, l'autonomia e la capacità di interpretare e modellizzare le situazioni problematiche.

Su suggerimento della tutor, ho deciso di costruire 2 prove di uguale difficoltà (compito A e compito B) che differiscono solo per 2 esercizi (negli altri item, infatti, sono semplicemente stati invertiti i numeri o le opzioni, per evitare scambi di informazione tra gli studenti). Nella verifica fornita agli studenti, per chiarezza docimologica, è stato esplicitato a fianco di ogni esercizio il relativo punteggio massimo raggiungibile, mentre i criteri di decurtazione del punteggio sono stati spiegati ai ragazzi senza fornire loro una tabella (errori di calcolo, errori concettuali, errori nell'applicazione del metodo, errori nell'esplicitare le soluzioni, errori di interpretazione del problema.....).

La prova, complessivamente, comprende 2 esercizi di completamento, un esercizio di traduzione in linguaggio matematico, 1 test a risposta multipla, 3 esercizi sulle disequazioni intere, 3 esercizi sulle diseq. frazionarie (per fila B 1 su diseq. frazionaria e 2 sistemi), 2 problemi.

6. VERIFICA SOMMATIVA DI MATEMATICA

FILA A

1. **Completa:** (1 punto per ogni risposta esatta----->tot. 5 pt)

- a) in ogni disuguaglianza si può trasportare un termine da un membro all'altro se
- b) si possono dividere i 2 membri di una disuguaglianza mantenendo lo stesso verso se
- c) dividendo entrambi i membri di una disuguaglianza per uno stesso numero negativo, si ottiene
- d) si possono cambiare i segni di tutti i termini di una disuguaglianza se
- e) la differenza fra una disuguaglianza e una disequazione è.....

2. **Completa la sequenza di risoluzione della disequazione intera:** (1 pt per ogni

completamento esatto -----> tot 5 pt)

Data la disequazione di primo grado intera $-3x+2 \geq x-7$ spostato a primo membro tutti i termini contenenti la, mentre a secondo membro trasporto tutti i termini noti, otterrò allora la disequazione $-3x - \dots \geq -7 - \dots$. Il primo membro (quello con il termine x) ha segno negativo, devo cambiare allora il segno di entrambi i membri della disequazione e anche ildella disequazione. La disequazione verrà quindi alla fine scritta nella forma normale in questo modo:

3. Traduci in linguaggio matematico la seguente affermazione: (tot. 4 pt)

i $\frac{4}{3}$ di un numero incognito decrementati di $\frac{2}{3}$, il tutto diviso per la metà del numero incognito stesso incrementato di 5, deve superare il triplo dell'incognita stessa.

.....
.....

4. scegli l'opzione esatta: (1 pt per ogni risposta esatta -----> tot. 4 pt)

a) la disequazione $x - 5 > -4$ è equivalente a:

- $x - 1 > 0$
- $x + 1 > 0$
- $x - 1 < 0$
- $x - 9 > 0$

b) la disequazione $x + 4 \leq 3x - 2$ è equivalente a:

- $x + 4 \geq -(3x - 2)$
- $-(x + 4) \leq (3x - 2)$
- $-(x + 4) \geq -(3x - 2)$
- $x + 4 \geq 3x - 2$

c) la disequazione $5 - 4x > 2$ è equivalente a:

- $4x - 5 > -2$
- $-4x > 2 - 5$
- $3 < 4x$
- $-4x < 3$

d) la disequazione $\frac{4x+1}{-3} > 2x$ è equivalente a:

- $4x + 1 > -6x$
- $4x + 1 < -6x$

- $\frac{-(4x+1)}{3} < 2x$
- $\frac{4x+1}{3} < -2x$

5. **Risolvi il seguente esercizio indicando nei diversi modi possibili le soluzioni:***(tot 6 pt)*

$$\frac{2+3x}{4} - \frac{x-2}{3} > 1$$

6. **Risolvi il seguente esercizio indicando nei diversi modi possibili le soluzioni:***(tot 6 pt)*

$$4(2x-1) - 3(1-2x) > 5$$

7. **Risolvi il seguente esercizio indicando nei diversi modi possibili le soluzioni:***(tot 6 pt)*

$$(x+1)^2 > [7-(2-x)]x-2$$

8. **Risolvi il seguente esercizio indicando nei diversi modi possibili le soluzioni :***(tot 8 pt)*

$$\frac{x+1}{1-x} < 0$$

9. **Risolvi il seguente esercizio indicando nei diversi modi possibili le soluzioni:***(tot 8 pt)*

$$\frac{x}{x+1} - \frac{1}{4} \leq \frac{2x-1}{x+1}$$

10. **Risolvi il seguente esercizio indicando nei diversi modi possibili le soluzioni:***(tot 10 pt)*

$$\frac{2x-1}{3} + \frac{1}{x+1} < \frac{2(x^2+1)}{3(x+1)}$$

11. **Risolvi il seguente problema:** (tot. 14 pt)

Quattro amiche vogliono fare un giro in mongolfiera, il conducente dice loro che potranno salire tutte e 4 solo se il loro peso medio sarà inferiore a 60 Kg. Sapendo che Paola pesa 48 Kg, Michela 52 Kg, Giulia 47 Kg, quale sarà il peso massimo di Federica che consente a tutte e 4 di salire nel cestello? Se Federica pesa 54 Kg può salire?

12. **Risolvi il seguente problema:** (tot. 24 pt)

Un agricoltore deve recintare un terreno di forma rettangolare di lati rispettivamente di 100

e di 50 metri. Utilizza paletti e filo spinato. Si serve di solito da 2 ferramenta, che gli presentano le offerte sui loro materiali:

Fornitore A filo -----> 25 centesimi al metro
 paletti-----> 1 € ognuno

Fornitore B filo -----> 35 centesimi al metro
 paletti-----> 50 centesimi ognuno

Quale è il numero minimo di paletti che mi consente di dire che la seconda offerta è più conveniente? (24 pt)

Compito B (differisce dalla Fila A solo nell'es. 8 e 10):

Esercizio 8 **risolvere il seguente sistema indicando nei diversi modi possibili le soluzioni** (8 pt)

$$\left\{ \begin{array}{l} x+3>5 \\ x-4>0 \end{array} \right.$$

Esercizio 10 **risolvere il seguente sistema indicando nei diversi modi possibili le soluzioni** (10 pt)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3}(x-9)<-3 \\ 7x-4<2x+3 \\ (x-2)^2>x(x-4) \end{array} \right.$$

7. Criteri di scoring

La somma totale dei punteggi è 100. Le domande sono state divise in ulteriori sottoparti, a ognuna delle quali è assegnato un punteggio parziale. Per le domande a risposta multipla, inoltre, è prevista una decurtazione di punteggio in caso di errore. I punteggi per gli esercizi (item 5-6-7-8-9-10-11-12) vengono ripartiti a seconda delle abilità che vengono attivate per la risoluzione degli esercizi stessi; si terrà quindi conto di errori algebrici o lacune, della correttezza o meno dell'applicazione del metodo risolutivo, della capacità di esprimere nelle varie forme le soluzioni e del riconoscimento dell'importanza del trattamento del denominatore nelle disequazioni fratte. In sostanza, non si valuterà solo il prodotto, e quindi il risultato finale, ma anche il processo che ha portato a tale risoluzione. Si parte dall'assegnazione di massimo 6 punti per ognuna delle tre disequazioni intere (item 5-6-7) per passare agli 8 punti per i 2 sistemi o le 2 disequazioni fratte (item 8 A/B e item 9) per finire coi 10 punti per la disequazione fratta più complessa o il sistema di 3 disequazioni (item 10 A/B).

Per i problemi (item 11 e 12) si pone particolare attenzione alla capacità di interpretazione e alla modellizzazione del problema stesso, la parte risolutiva ricade invece nell'abilità di calcolo o di applicazione di un metodo. Questi esercizi, il cui punteggio è particolarmente alto (rispettivamente 14 e 24 pt), sono posti al termine del compito per non scoraggiare gli allievi "più deboli".

Interessante è inoltre valutare la verifica fatta dai ragazzi sulla correttezza dei risultati ottenuti e sull'interpretazione e manipolazione dei dati forniti dai problemi. Essendo le disequazioni propedeutiche per molti argomenti trattati successivamente, si richiede agli allievi di conoscere bene il significato delle disequazioni, saperle manipolare e riconoscere, utilizzare correttamente i metodi risolutivi e saper esprimere nelle varie forme le soluzioni ottenute. Per questo motivo per raggiungere la sufficienza è necessario svolgere bene il compito fino all'ITEM 10 (sono richieste comunque semplici abilità di calcolo e applicazioni di metodi piuttosto ripetitivi e ricordare proprietà elementari), questo consente il pieno raggiungimento degli obiettivi minimi.

8. Griglia e criteri di valutazione

ITEM	PUNTEGGI
1	Punteggio totale: 5 pt la domanda è composta da 5 sottoparti ognuna delle quali vale 1 pt se svolte correttamente (non svolgerla o sbagliarla non comporta nessuna penalità, sono cioè assegnati 0 pt)
2	Punteggio totale: 5 pt la domanda è composta da 5 elementi da inserire, ognuno dei quali vale 1 pt se corretto (non inserire nulla o inserire elementi sbagliati non comporta nessuna penalità, sono cioè assegnati 0 pt)
3	Punteggio totale: 4 pt se svolto esattamente nella sua interezza. Se l'espressione finale della disequazione è sbagliata, ma : <ul style="list-style-type: none"> • riconosce parzialmente il numeratore = 0,5 pt • riconosce completamente il numeratore = 1 pt • riconosce parzialmente il denominatore = 0,5 pt • riconosce completamente il denominatore = 1 pt • riconosce il verso della disequazione = 1 pt • riconosce il secondo membro = 1 pt
4	Punteggio totale: 4 pt la domanda è composta da 4 sottoparti , ogni opzione esatta riconosciuta vale 1 pt. Non rispondere porta all'assegnazione di 0 pt mentre indicare una risposta errata comporta la penalizzazione di 0,25 pt (- 0,25 pt), quindi sbagliare la risposta di tutte e 4 le sottoparti comporta la penalizzazione di 1 pt (-1 pt)
5	Punteggio totale: 6 pt <ul style="list-style-type: none"> • 4 pt se: imposta l'esercizio in modo corretto, applica i principi di equivalenza, utilizza correttamente le regole di calcolo (per esempio il m.c.m.), scrive la disequazione nella forma normale (-1 pt se sbaglia i principi di equivalenza, -1 pt per errori di calcolo gravi, -0,5 pt per errori di calcolo lievi) • 1 pt se: risolve la disequazione e scrive la soluzione algebrica (-0,5 se commette errori nella ricerca o espressione della

	<p>soluzione)</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 pt se: esprime la soluzione in altre forme (grafica e con intervalli) (-0,5 se sbaglia a posizionare i numeri sulla retta orientata R o l'uso delle parentesi tonde o quadrate)
6	<p>Punteggio totale: 6 pt vedi item 5</p>
7	<p>Punteggio totale: 6 pt vedi item 5</p>
8A	<p>Punteggio totale: 8 pt</p> <ul style="list-style-type: none"> • 5 pt se: applica i principi di equivalenza, discute correttamente sul denominatore, applica il metodo risolutivo studiato, individua algebricamente le soluzioni, riporta graficamente su tabella le soluzioni parziali (-1 pt errori di calcolo gravi / -0,5 pt se lievi, -2 pt se semplifica o non discute il denominatore, -1 pt commette gravi errori nel descrivere le soluzioni parziali / -0,5 pt se commette errori di imprecisione) • 2 pt se: partendo dal grafico delle soluzioni sa applicare la regola dei segni in base al verso della disequazione (-1 pt se commette errori che pregiudicano il risultato finale, -0,5 pt se errori lievi) • 1 pt se: esprime la soluzione nelle varie forme (grafica e con intervalli) (-0,5 se sbaglia a posizionare i numeri sulla retta orientata R o l'uso delle parentesi tonde o quadrate)
8B	<p>Punteggio totale: 8 pt</p> <ul style="list-style-type: none"> • 5pt se: svolge l'esercizio occupandosi singolarmente delle disequazioni a sistema, le porta in forma normale, applica in modo appropriato i principi di equivalenza, risolve le disequazioni scrivendo in forma algebrica le singole soluzioni, riporta su tabella o grafico le soluzioni ottenute (-2 pt errori di calcolo gravi / - 1 se lievi, -1 pt se sbaglia a rappresentare graficamente le soluzioni, -0,5 pt se gli errori sulle soluzioni parziali sono poco significativi) • 2 pt se: dal grafico delle soluzioni individua la soluzione del sistema riconoscendo l'insieme intersezione (-1 pt commette gravi errori anche concettuali nell'individuare l'insieme intersezione, -0,5 pt se commette errori lievi) • 1 pt se: esprime la soluzione nelle varie forme (grafica e con intervalli) (-0,5 se sbaglia a posizionare i numeri sulla retta orientata R o l'uso delle parentesi tonde o quadrate)
9A/B	<p>Punteggio totale: 8 pt</p> <ul style="list-style-type: none"> • 5 pt se: applica i principi di equivalenza, sa calcolare il m.c.m. di binomi (contenenti la lettera x), discute correttamente sul denominatore, applica il metodo risolutivo studiato, scrive algebricamente le soluzioni parziali e le riporta graficamente su tabella (-1 pt errori di calcolo gravi / -0,5 pt se lievi, -2 pt se semplifica o non discute il denominatore, -1 pt commette gravi errori nel descrivere le soluzioni parziali / -0,5 pt se errori di

	<p>imprecisione)</p> <ul style="list-style-type: none"> • 2 pt se: partendo dal grafico delle soluzioni sa applicare la regola dei segni in base al verso della disequazione (-1 pt se commette errori che pregiudicano il risultato finale / -0,5 pt se errori lievi) • 1 pt se: esprime la soluzione nelle varie forme (grafica e con intervalli) (-0,5 se sbaglia a posizionare i numeri sulla retta orientata R o l'uso delle parentesi tonde o quadrate)
10A	<p>Punteggio totale: 10 pt</p> <ul style="list-style-type: none"> • 7 pt se: applica i principi di equivalenza, sa calcolare il m.c.m. di binomi (contenenti la lettera x), riconosce la disequazione come di primo grado nonostante compaia un termine di secondo grado (intuizione di una possibile semplificazione), discute correttamente sul denominatore, applica il metodo risolutivo studiato, scrive algebricamente le soluzioni parziali e le riporta graficamente su tabella (-1 pt errori di calcolo gravi / -0,5 pt se lievi, -2 pt se semplifica o non discute il denominatore, -1 pt commette gravi errori nel descrivere le soluzioni parziali / -0,5 pt se errori di imprecisione) • 2 pt se: partendo dal grafico delle soluzioni sa applicare la regola dei segni in base al verso della disequazione (-1 pt se commette errori che pregiudicano il risultato finale / -0,5 pt se errori lievi) • 1 pt se: esprime la soluzione nelle varie forme (grafica e con intervalli) (-0,5 se sbaglia a posizionare i numeri sulla retta orientata R o l'uso delle parentesi tonde o quadrate)
10B	<p>Punteggio totale: 10 pt</p> <ul style="list-style-type: none"> • 7 pt se: svolge l'esercizio occupandosi singolarmente delle disequazioni a sistema, calcola quadrati di binomi e semplifica le espressioni algebriche riportando le disequazioni in forma normale, applica i principi di equivalenza in modo opportuno, risolve le disequazioni scrivendo in forma algebrica le singole soluzioni, riconosce e discute la semplificazione dell'esercizio avvenuta col passaggio di una disequazione ad una disuguaglianza, riporta su tabella o grafico le soluzioni ottenute (-2 pt errori di calcolo gravi / -1 se lievi, -1 pt se sbaglia a rappresentare graficamente le soluzioni / -0,5 pt se gli errori sulle soluzioni parziali sono poco significativi) • 2 pt se: dal grafico delle soluzioni individua la soluzione del sistema riconoscendo l'insieme intersezione (-1 pt se commette gravi errori anche concettuali nell'individuare l'insieme intersezione, -0,5 pt se commette errori lievi) • 1 pt se: esprime la soluzione nelle varie forme (grafica e con intervalli) (-0,5 se sbaglia a posizionare i numeri sulla retta orientata R o l'uso delle parentesi tonde o quadrate)
11	<p>Punteggio totale: 14 pt</p> <ul style="list-style-type: none"> • 6 pt se: interpreta il problema e identifica il modello matematico adeguato al contesto descritto (3 pt se interpreta

	<p>solo parzialmente il problema, 0 pt non scrive niente o non capisce le richieste)</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 pt se: riconosce i dati utili (1 pt non riconosce l'utilità di tutti i dati, 0 pt se non sa come utilizzare i dati) • 4 pt se: imposta e risolve il problema riconoscendo l'utilità della scrittura di una disequazione di primo grado intera, scrive correttamente la disequazione, la risolve e ne rappresenta nel modo più opportuno la soluzione (2pt se imposta la disequazione ma commette alcuni errori risolutivi, 0 pt se non sa come gestire il problema matematico) • 1 pt se: commenta e interpreta il risultato ottenuto e fa le opportune verifiche (0 pt se non rispetta questa consegna del problema)
12	<p>Punteggio totale: 24 pt</p> <ul style="list-style-type: none"> • 14 pt se: interpreta il problema preso da una situazione reale, riconosce la possibilità di dividerlo in 2 sottoproblemi, identifica il modello matematico adeguato al contesto descritto, confronta le soluzioni proposte, unisce le 2 offerte con le specifiche richieste in un modello descritto da una disequazione (8 pt se interpreta solo parzialmente il problema, 0 pt non scrive niente o non capisce le richieste) • 6 pt se: riconosce i dati utili (3 pt non riconosce l'utilità di tutti i dati, 0 pt se non sa come utilizzare i dati) • 4 pt se: imposta e risolve il problema riconoscendo l'utilità della scrittura di una disequazione di primo grado intera, scrive correttamente la disequazione, la risolve e discute i valori ottenuti, rappresentandone nel modo più opportuno la soluzione (2pt imposta la disequazione ma commette alcuni errori risolutivi, 0 pt se non sa come gestire il problema matematico)

9. Tabella conversione punteggi / voto

punteggio	Punteggio approssimato	voto
- 1 ---- 22,5	20	2
22,6 ---- 27,5	25	2,5
27,6 ---- 32,5	30	3
32,6 ---- 37,5	35	3,5
37,6 ---- 42,5	40	4
42,6 ---- 47,5	45	4,5
47,6 ---- 52,5	50	5
52,6 ---- 57,5	55	5,5
57,6 ---- 62,5	60	6
62,6 ---- 67,5	65	6,5
67,6 ---- 72,5	70	7

72,6 ---- 77,5	75	7,5
77,6 ---- 82,5	80	8
82,6 ---- 87,5	85	8,5
87,6 ---- 92,5	90	9
92,6 ---- 97,5	95	9,5
97,6 ---- 100	100	10

10. Risultati della prova e analisi dei dati acquisiti

Una volta somministrata la prova si è proceduto alla correzione utilizzando la griglia di valutazione sopra esposta e si è costruita la **Tabella 1** (riportata a pag.20) in cui per ogni allievo (corrispondente alle righe) vengono visualizzati nelle colonne i punteggi dei singoli ITEM, i punteggi totali, i punteggi approssimati e il voto finale.

Dai risultati di questa tabella si è poi proceduto all'analisi statistica dei dati stessi, ricavando una prima risposta sull'andamento della classe e sull'efficacia dell'intervento didattico. L'analisi monovariata prevede il calcolo dei seguenti indici:

- **indici di tendenza centrale:** *media, moda e mediana*. Questi indici permettono di osservare l'andamento generale della classe e di stabilire intorno a quale punteggio si va a centrare la distribuzione dei voti
- **indici di dispersione:** *deviazione standard (o scarto tipo) e varianza*. Partendo dalla media calcolata (è indifferente lavorare sul punteggio approssimato o sui voti assegnati), si riesce a capire quanto si disperdano i risultati della classe. Varianza e deviazione standard sono strettamente legate in quanto la seconda è la radice quadrata della prima. Questi dati, se considerati per i singoli item, risultano particolarmente utili per analizzare più nel dettaglio la situazione degli allievi insufficienti, in vista di un'attività di recupero
- **indici di frequenza:** *frequenze semplici, frequenze cumulate e relative percentuali*. Questi dati sono utili per verificare quali voti sono più ricorrenti tra il range complessivo assegnabile, in termini assoluti o percentuali
- **indici di posizione:** *punteggio standardizzato (punteggio z)*. Facendo sempre riferimento alla media, si considera il singolo allievo, stabilendo quanto la sua votazione si discosti dalla media del gruppo di riferimento

PUNTEGGI e VOTI: punteggi ai singoli ITEM – Punteggio totale – punteggio approssimato – voto (in decimi)															
ALLIEVO	ITEM 1	ITEM 2	ITEM 3	ITEM 4	ITEM 5	ITEM 6	ITEM 7	ITEM 8	ITEM 9	ITEM 10	ITEM 11	ITEM 12	PUNTEGGIO	PUNTEGGIO APPROSSIMATO	VOTO
1	5,00	5,00	4,00	4,00	6,00	6,00	6,00	8,00	6,00	8,00	14,00	24,00	96,00	95	9,5
2	2,50	5,00	4,00	4,00	3,00	4,00	3,00	3,00	5,00	5,00	13,00	22,00	73,50	75	7,5
3	3,75	5,00	4,00	-1,00	3,00	5,00	6,00	6,00	8,00	5,00	14,00	13,00	71,75	70	7
4	3,75	5,00	4,00	4,00	3,00	5,00	4,00	5,00	3,00	3,00	13,00	22,00	74,75	75	7,5
5	5,00	5,00	4,00	4,00	2,00	5,00	2,00	3,00	3,00	0,00	8,00	8,00	49,00	50	5
6	5,00	5,00	4,00	4,00	6,00	6,00	6,00	8,00	8,00	8,00	13,00	19,00	92,00	90	9
7	5,00	5,00	4,00	4,00	6,00	4,00	5,00	7,00	5,00	3,00	13,00	19,00	80,00	80	8
8	0,00	0,00	0,00	0,00	6,00	5,00	6,00	7,00	7,00	8,00	13,00	13,00	65,00	65	6,5
9	3,75	3,75	4,00	4,00	3,00	4,00	2,00	3,00	5,00	5,00	13,00	8,00	58,50	60	6
10	3,75	5,00	4,00	4,00	2,00	3,50	3,00	2,00	3,00	0,00	10,00	0,00	40,25	40	4
11	3,75	5,00	4,00	-1,00	6,00	4,00	3,50	5,00	3,00	3,00	13,00	13,00	62,25	60	6
12	3,75	5,00	4,00	4,00	5,00	6,00	0,00	6,00	8,00	9,00	13,00	22,00	85,75	85	8,5
13	5,00	5,00	4,00	4,00	6,00	6,00	5,00	7,00	8,00	7,00	14,00	13,00	84,00	85	8,5
14	5,00	5,00	4,00	4,00	5,00	6,00	0,00	8,00	8,00	8,00	14,00	22,00	89,00	90	9
15	5,00	5,00	4,00	4,00	6,00	3,50	6,00	7,00	7,00	8,00	13,00	8,00	76,50	75	7,5
16	5,00	5,00	4,00	4,00	5,00	6,00	4,00	8,00	8,00	9,00	13,00	22,00	93,00	95	9,5
17	5,00	5,00	4,00	4,00	6,00	4,00	2,00	3,00	5,00	2,00	13,00	22,00	75,00	75	7,5
18	3,75	3,75	4,00	0,00	2,00	6,00	4,00	5,00	5,00	3,00	13,00	19,00	68,50	70	7
19	2,50	5,00	4,00	4,00	3,00	6,00	6,00	7,00	8,00	3,00	14,00	19,00	81,50	80	8
20	2,50	5,00	4,00	4,00	3,00	3,50	1,50	4,00	4,00	2,00	10,00	6,00	49,50	50	5
somma per singolo Item	78,75	92,50	76,00	62,00	87,00	98,50	75,00	112,00	117,00	99,00	254,00	314,00	Item che hanno raggiunto o superato il livello di sufficienza		
punteggio massimo	5	5	4	4	6	6	6	8	8	10	14	24			
sufficienza	3,00	3,00	2,40	2,40	3,60	3,60	3,60	4,80	4,80	6,00	8,40	14,40			
Allievi migliori			Allievi peggiori			Allievi Insufficienti			Unico allievo che ha totalizzato 0 pt nei primi 4 item						

Tabella 1: risultati ottenuti e voti assegnati

Come risulta dalla **Tab. 1**, gli allievi insufficienti sono solo 3, evidenziati col colore rosso. Dal calcolo degli indici di tendenza centrale, riportati nella **Tabella 2**, è evidente come l'andamento generale della classe sia buono: la **media** infatti, calcolata sommando i punteggi ottenuti dai singoli allievi diviso il numero degli allievi stessi, si assesta sul 7,33. Una buona situazione complessiva confermata anche dalla **moda**, categoria con la frequenza più alta, e dalla **mediana**, valore che divide in 2 parti uguali la distribuzione dei voti.

Analisi degli indici centrali e di deviazione														
	ITEM 1	ITEM 2	ITEM 3	ITEM 4	ITEM 5	ITEM 6	ITEM 7	ITEM 8	ITEM 9	ITEM 10	ITEM 11	ITEM 12	PUNTEGGIO approssimato	VOTO
punteggio minimo	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1-----> 22,5	2
punteggio massimo	5	5	4	4	6	6	6	8	8	10	14	24	100	10
media	3,94	4,63	3,8	3,1	4,35	4,93	3,75	5,6	5,85	4,95	12,7	15,7	73,25	7,33
moda	5	5	4	4	6	6	6	7	8	3	13	22	75	7,5
mediana	3,75	5	4	4	5	5	4	6	5,5	5	13	19	75	7,5
deviazione standard	1,3	1,15	0,89	1,86	1,63	1,02	2,02	2,01	1,98	2,98	1,56	6,88	15,41	1,54
varianza	1,69	1,33	0,8	3,46	2,66	1,03	4,07	4,04	3,92	8,89	2,43	47,27	237,57	2,38

Tabella 2: Indici centrali e di deviazione

I valori di **deviazione standard** (scarto tipo) contenuti nella **Tabella 2**, riferiti ai singoli item, come ai punteggi e ai voti, sono stati ricavati applicando la seguente formula:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}}$$

Gli indici delle **frequenze semplici** con le relative **percentuali** indicano quanti allievi abbiano conseguito un determinato voto, mentre le **frequenze cumulate** danno un' indicazione di quanti allievi abbiano raggiunto una votazione pari o inferiore ad un dato valore (punteggio o voto), come emerge dalla **Tabella 3** (la riga colorata in giallo evidenzia la frequenza più alta che indica il voto che più si avvicina alla media della classe). Il rispettivo istogramma permette una lettura immediata della risposta della classe agli Item somministrati (Vedi **Grafico 1**).

FREQUENZE e Relative PERCENTUALI –PUNTEGGIO STANDARDIZZATO						
VOTO assegnabile	Frequenza semplice	Frequenza cumulata	Percentuale semplice	Percentuale cumulata	VOTI degli studenti	Punteggio Z
2,5	0	0	0,00%	0,00%	9,5	1,41
3	0	0	0,00%	0,00%	7,5	0,11
3,5	0	0	0,00%	0,00%	7	-0,21
4	1	1	5,00%	5,00%	7,5	0,11
4,5	0	1	0,00%	5,00%	5	-1,51
5	2	3	10,00%	15,00%	9	1,08
5,5	0	3	0,00%	15,00%	8	0,44
6	2	5	10,00%	25,00%	6,5	-0,54
6,5	1	6	5,00%	30,00%	6	-0,86
7	2	8	10,00%	40,00%	4	-2,16
7,5	4	12	20,00%	60,00%	6	-0,86
8	2	14	10,00%	70,00%	8,5	0,76
8,5	2	16	10,00%	80,00%	8,5	0,76
9	2	18	10,00%	90,00%	9	1,08
9,5	2	20	10,00%	100,00%	7,5	0,11
10	0	20	0,00%	100,00%	9,5	1,41
					7,5	0,11
					7	-0,21
voto con frequenza maggiore					8	0,44
					5	-1,51

Tabella 3: Frequenze semplici e cumulate e loro percentuali

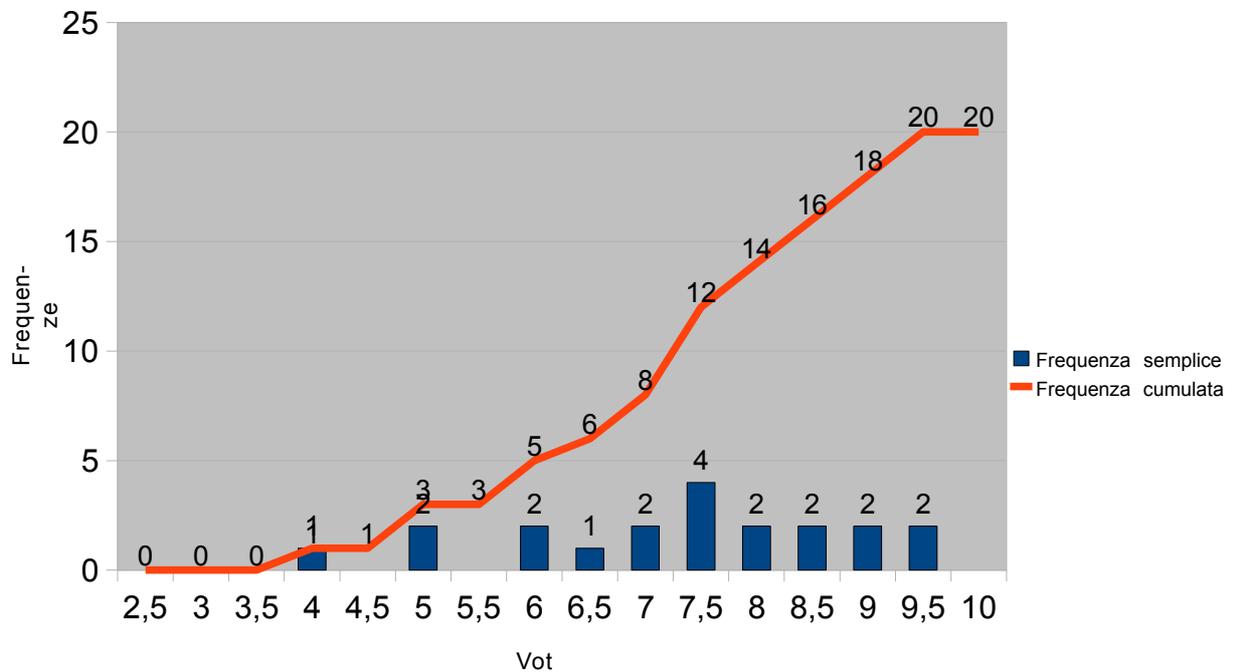


Grafico 1: Istogramma e grafico a linea delle frequenze semplici e cumulate

Il **punteggio z** indica quanto ogni singolo allievo si discosti come votazione dalla media del gruppo classe, come rappresentato nell'ultima colonna della **Tabella 3 (colonna evidenziata in verde)**. Esso si ottiene, partendo dalla media e dai singoli voti, utilizzando la formula seguente:

$$z = \frac{Voto_i - \overline{voto}}{s} \quad \text{in cui} \quad Voto_i = \text{voto conseguito dall'allievo in esame}$$

$$\overline{voto} = \text{voto medio della classe}$$

I suoi valori possono essere negativi (allievi sotto la media di riferimento) o positivi (allievi superiori alla media). Maggiori saranno in valore assoluto questi indici, più gli allievi si discostano in bene o in male dalla media della classe di appartenenza.

11. Analisi degli ITEM

Per ogni ITEM della prova si va ora a compiere un'analisi calcolando vari indici che ci descrivono l'efficacia delle singole domande e degli esercizi proposti, permettendo così all'insegnante una autovalutazione critica della validità della propria prova, distinguendo le domande che effettivamente hanno permesso di discriminare gli studenti che possiedono determinate conoscenze e abilità. Questa analisi, dunque, risulta utile per un docente come riflessione sul proprio operato, consentendo di individuare i punti critici della verifica, quelle domande che sono risultate inutili o poco significative al fine di valutare le effettive conoscenze e abilità raggiunte dagli studenti. Una autovalutazione di questo tipo permette all'insegnante di adottare, in futuro, i giusti accorgimenti per rendere più efficace la propria azione didattica, sapendo quali sono i propri punti di forza e quello che invece va rivisto.

Gli Item vengono quindi analizzati singolarmente in base a questi indici:

- **indice di difficoltà (ID)**: indica la percezione da parte degli studenti della difficoltà di ogni Item. Esso si ottiene con la formula:

$$ID = \frac{P_{tot}}{P_{max}} \quad \text{dove } P_{tot} \text{ somma dei punteggi di tutti gli allievi sullo stesso item e } P_{max} \text{ il punteggio massimo per quell'Item}$$

I suoi valori sono compresi fra 0 (se nessuno studente ha risposto in modo corretto all'item) quindi le domande o gli esercizi sono risultati impossibili, e 1 (tutti gli studenti hanno risposto correttamente), l'item è risultato quindi troppo facile.

Per interpretare i dati sulla difficoltà degli item, che verranno riportati nella **Tabella 4** insieme agli altri indici, si deve fare riferimento alla seguente legenda:

Valori dell'indice di difficoltà	Grado di difficoltà
0-0,25	item difficile
0,26-0,5	item medio-difficile
0,51-0,75	item medio-facile
0,76-1	item facile

Come è evidente dall'istogramma del **Grafico 2**, sono risultati:

- 6 item facili (1, 2, 3, 4, 6, 11)
- 5 item medio – facili (5, 7, 8, 9, 12)
- 1 item medio – difficile (10)

La prova sembra pertanto troppo facile, visto che un solo esercizio è stato percepito come difficile, mentre ve ne sono ben 6 classificati “facili”. Questo è sostanzialmente dovuto a 2 fattori: il periodo in cui è stata somministrata la prova (al termine del quadrimestre con la necessità di “aiutare” alcuni allievi) e la natura del mio intervento didattico (essendo stata la mia un'attività di tirocinio attivo di poche ore, non mi ha permesso di capire in modo approfondito le dinamiche della classe).

ANALISI DEGLI INDICI – Indice di difficoltà, potere discriminante, indice selettività, indice affidabilità												
	ITEM 1	ITEM 2	ITEM 3	ITEM 4	ITEM 5	ITEM 6	ITEM 7	ITEM 8	ITEM 9	ITEM 10	ITEM 11	ITEM 12
punteggio totale	78,75	92,50	76,00	62,00	87,00	98,50	75,00	112,00	117,00	99,00	254,00	314,00
punteggio massimo	100	100	80	80	120	120	120	160	160	200	280	480
ID	0,79	0,93	0,95	0,78	0,73	0,82	0,63	0,7	0,73	0,5	0,91	0,65
n° risposte corrette	16	19	19	16	11	17	11	14	15	8	19	11
n° risposte sbagliate	4	1	1	4	9	3	9	6	5	12	1	9
PD	0,64	0,19	0,19	0,64	0,99	0,51	0,99	0,84	0,75	0,96	0,19	0,99
Nm	6	7	7	7	6	7	5	7	7	6	7	6
Mp	5	6	6	4	2	5	2	3	3	1	6	1
IS	0,14	0,14	0,14	0,43	0,57	0,29	0,43	0,57	0,57	0,71	0,14	0,71
grado selettività	insufficiente	insufficiente	insufficiente	buono	buono	sufficiente	buono	buono	buono	ottimo	insufficiente	ottimo
IA	0,11	0,13	0,14	0,33	0,41	0,23	0,27	0,4	0,42	0,35	0,13	0,47

Tabella 4: Analisi degli ITEMS

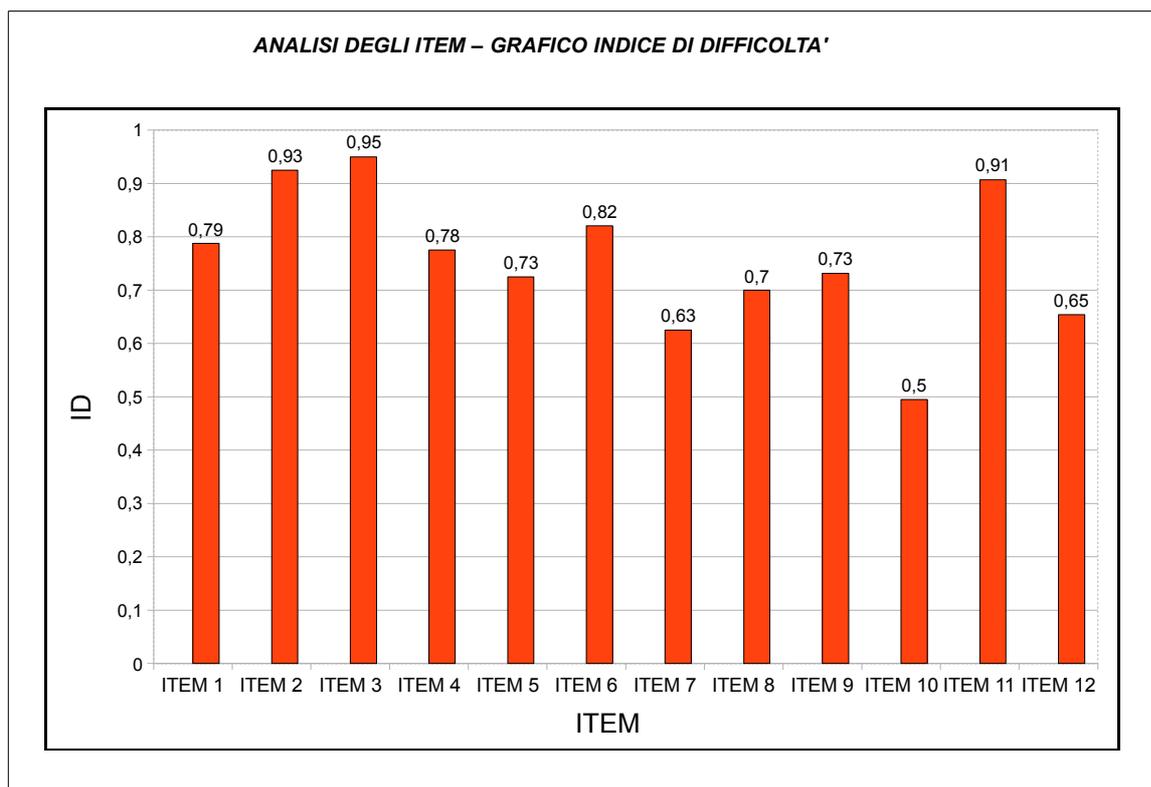


Grafico 2: istogramma Indice Difficoltà

- **potere discriminante (PD)**: questo indice mette in luce gli item che discriminano gli studenti che hanno raggiunto gli obiettivi da quelli che non li hanno raggiunto. Si calcola con la seguente formula:

$$PD = \frac{E \cdot S}{(N/2)^2} \quad \text{dove } E = \text{numero di risposte corrette date all'Item}$$

$S = \text{numero di risposte sbagliate}$

$N = \text{numero totale di risposte date}$

il Potere Discriminante può variare fra 0 e 1: vale 0 se tutti gli allievi hanno risposto correttamente oppure tutti hanno sbagliato, vale invece 1 se la metà degli allievi all'Item ha risposto correttamente e l'altra metà ha sbagliato.

La difficoltà nell'impostare il calcolo sta nel decidere quali studenti hanno risposto correttamente (oppure in modo sbagliato) a ogni specifico item. Il dato va dicotomizzato pertanto si considerano come risposte corrette quelle che hanno almeno raggiunto il livello di sufficienza dell'item. Per questo nella **Tabella 1** di pag. 20 si erano evidenziati con sfondo celeste gli item che avevano raggiunto tale livello.

Dall'istogramma del **Grafico 3** si vede che, come voluto nella costruzione della prova, gli item che hanno maggior potere discriminante sono il n° 5, 7, 8, 10, 12. Gli item che non aiutano a discriminare sono il n° 2, 3 e l' 11. In questo ho riscontrato una contraddizione fra gli effettivi risultati e quello che avevo ipotizzato durante la costruzione della prova: pensavo infatti che i primi 4 item fossero estremamente semplici, mentre per alcuni (in realtà pochissimi) si sono dimostrati difficili o forse sono stati affrontati troppo "disinvoltamente".

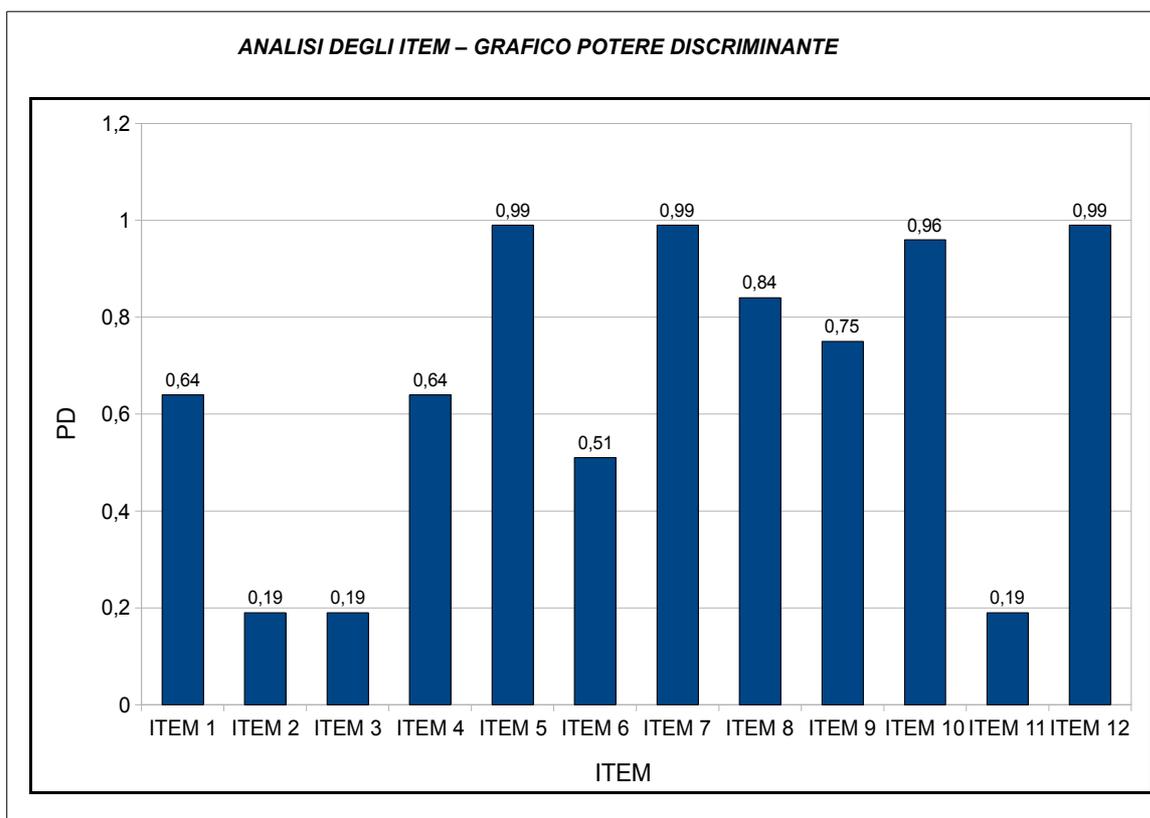


Grafico 3: Istogramma Potere Discriminante

- **indice di selettività (IS)**: con questo indice si può capire se l' item effettivamente riesce a selezionare gli studenti bravi da quelli mediocri. Si devono pertanto individuare gli allievi con i migliori risultati sulla prova totale (1/3 dei partecipanti alla verifica), nel caso specifico 7 allievi su 20. Altrettanto si deve fare per gli allievi peggiori (anche in questo caso 7 allievi). L'indice si calcola con la seguente formula:

$$IS = \frac{N_m - N_p}{N/3}$$

dove N_m = numero di risposte corrette date all'ITEM dagli allievi con i risultati migliori nella globalità della verifica (7 allievi)
 N_p = numero delle risposte corrette date all'ITEM dagli allievi con i risultati peggiori nella globalità (7 allievi)
 N = numero totale di allievi presenti alla verifica (20).

L'indice di selettività varia fra +1 e -1: se $IS = -1$ si dice che la selettività è rovesciata cioè gli allievi bravi hanno risposto tutti in modo sbagliato all'item mentre quelli che non vanno bene hanno risposto tutti in modo corretto. Un item di questo genere non discrimina bene, o meglio discrimina al contrario, comunque non svolge il ruolo per cui è stato predisposto.

Se $IS = 0$ l' item non ha nessun potere discriminante visto che tutti gli allievi (bravi e meno bravi)

hanno risposto in modo esatto.

Con $IS=+1$ si ha la massima selettività perché hanno risposto bene all'item tutti gli allievi bravi, mentre tutti quelli che sono classificati come peggiori hanno sbagliato.

Si fa riferimento alla seguente tabella per capire la selettività degli ITEM:

IS	Tipo di selettività
negativa	rovesciata
0 – 0.20	insufficiente
0.21 – 0.40	sufficiente
0.41 – 0.60	buona
0.61 – 1.00	ottima

Dalla **Tabella 4**, che riassume tutti gli indici calcolati, si vede come 4 item hanno grado di selettività insufficiente (n° 1, 2, 3, 11): i primi 3 sono gli item iniziali che sono quelli che devono consentire agli allievi di “ambientarsi” alla verifica e di raggiungere comunque un punteggio non troppo basso.

Gli item con grado di selettività buono sono 4 mentre quelli ottimi sono risultati 2: il 10 e 12, come prevedibile già in fase di costruzione della verifica. Questi risultati appaiono evidenti dall'istogramma del **Grafico 4**.

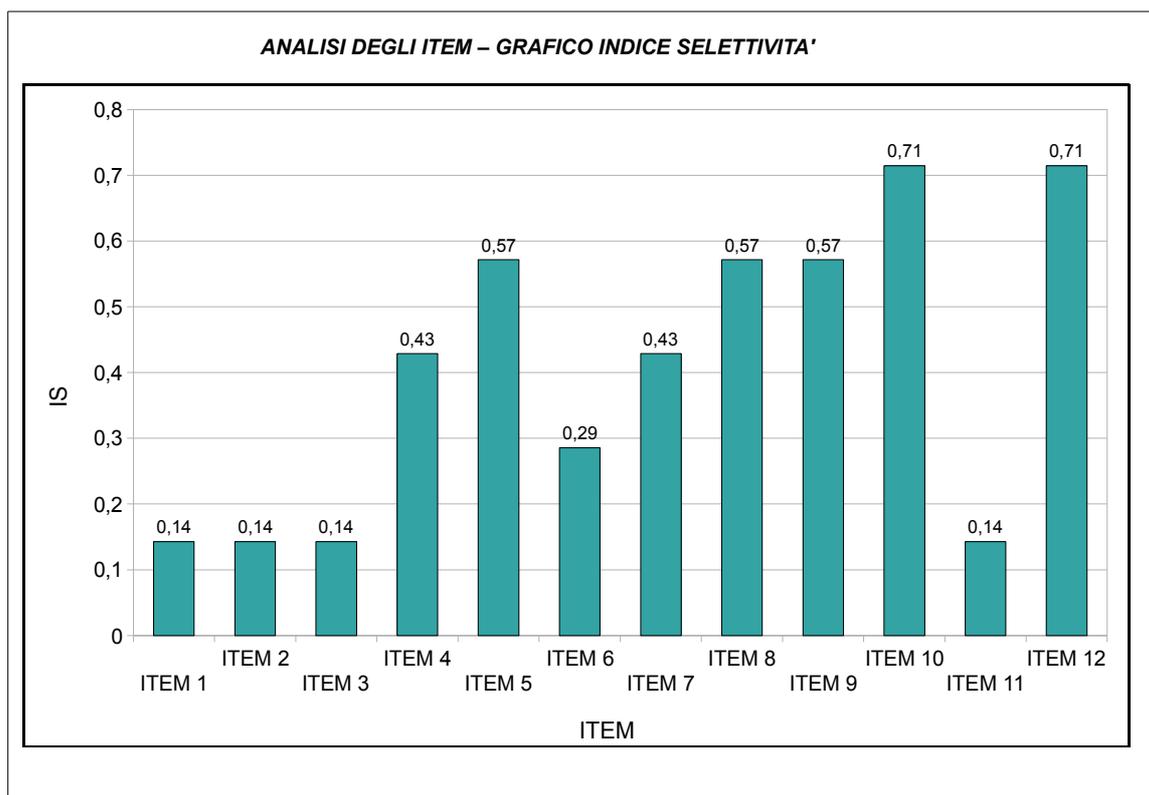


Grafico 4: Istogramma Indice Selettività

- **indice di affidabilità (IA)**: questo indice deve spiegarci se gli item riescono a discriminare in modo corretto e chiaro gli studenti preparati da quelli meno preparati. Il suo valore può variare fra 0 (minima affidabilità) e +1 (massima affidabilità). Questo indice si calcola con la seguente formula:

$$IA = ID \cdot IS$$

Dalla **tabella 4** di pag. 24 si può dedurre come gli item 1, 2, 3, 11 abbiano un indice di affidabilità basso, quindi non aiutano a capire quali sono gli studenti bravi e quelli non preparati. Gli item più affidabili sono invece il n° 5, 8, 9, 10 e 12, come si evince chiaramente dal **Grafico 5**.

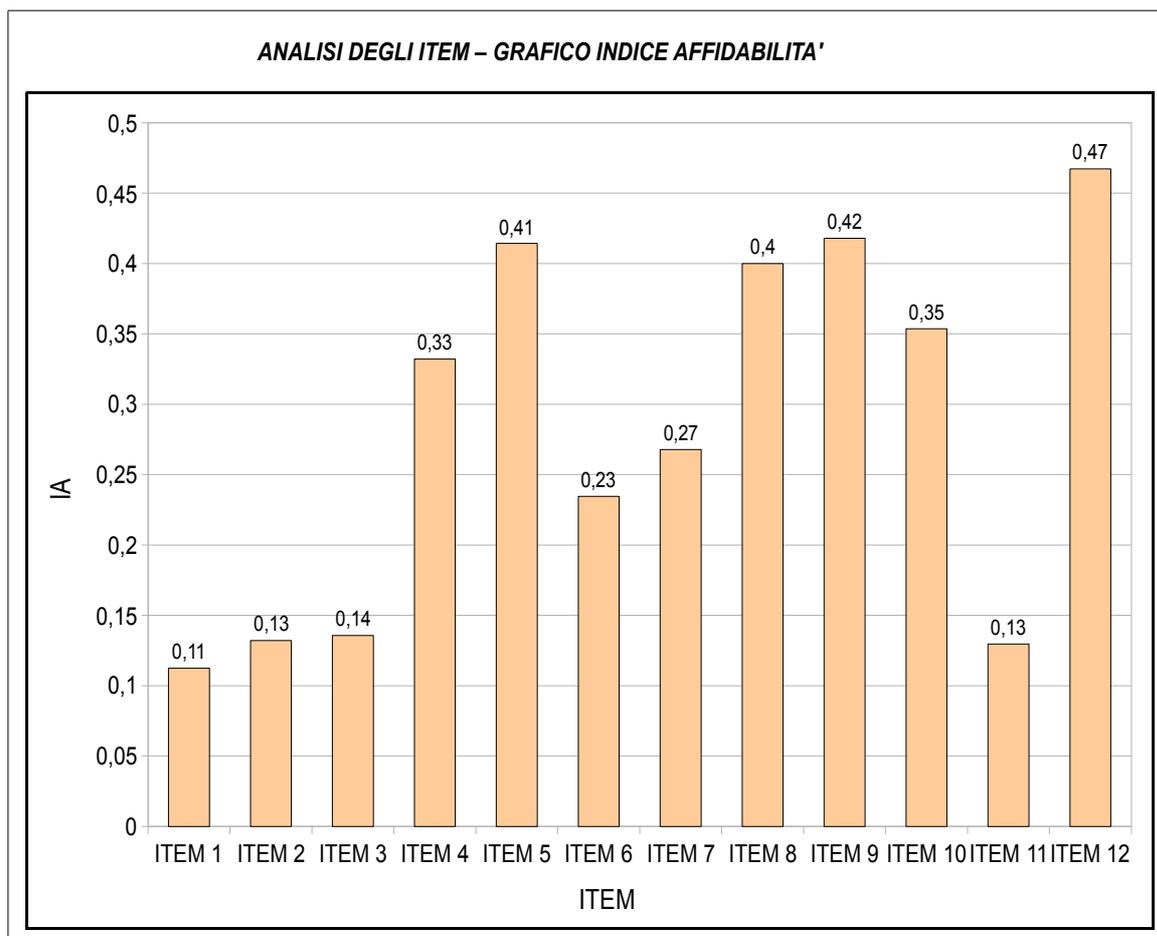


Grafico 5: Istogramma Indice Affidabilità

In conclusione, interpretando i dati relativi ai punteggi e ai voti assegnati agli allievi e all'analisi degli item, risulta che solo gli esercizi 10 e 12, anche se diversamente, vanno a testare in modo completo ed efficace la preparazione degli allievi, e forse la prova nel complesso è risultata troppo facile. Il problema 12 riesce a coprire in modo ampio gli apprendimenti spaziando dalle conoscenze, alle abilità di calcolo e di applicazione dei metodi risolutivi studiati. Per risolvere l'esercizio sono necessarie inoltre abilità di tipo interpretativo e di analisi fino alla modellizzazione con scrittura di espressioni algebriche e nella fattispecie di disequazioni lineari ad una incognita.

L'item 11, invece, non è risultato efficace per discriminare gli allievi preparati da quelli che non lo

sono: infatti sia l'indice di selettività, sia quello di affidabilità classificano l'esercizio come “troppo facile”. La mia intenzione con l'item 11 (in accordo con la docente della classe), era invece quello di valutare obiettivi di apprendimento più ampi, che non emergono dagli esercizi di tipo applicativo – esecutivo.

Credo quindi che se potessi rifare la prova, questo problema sarebbe da ripensare o addirittura da sostituire con un altro.

Gli item 1, 2, 3 e 4 sono classificati come facili, e d'altra parte erano stati progettati proprio con l'intenzione di agevolare anche gli studenti più in difficoltà dal punto di vista applicativo, andando a verificare solo conoscenze semplici di tipo mnemonico (principi di equivalenza) le cui applicazioni a questo livello dovrebbero essere banali. Nonostante la facilità di queste domande, mi è sembrato opportuno insistere su queste conoscenze di base, in quanto saranno requisiti fondamentali per gli argomenti seguenti della classe seconda e successive.

La prova comunque, come si evince dagli indici centrali e di deviazione, è andata nel complesso molto bene (forse anche troppo), ma era comunque di fine quadrimestre e con la tutor si era deciso di “agevolare” gli allievi con una verifica leggermente più semplice.

12. Recupero e programmazione successiva

La prova è stata riconsegnata corretta agli allievi dopo 4 giorni e degli esercizi, come dei problemi, è stata svolta la correzione alla lavagna, chiedendo agli allievi che hanno conseguito i risultati meno soddisfacenti di intervenire. Ho riscontrato nel complesso una buona preparazione, anche se permangono dalla classe prima alcune lacune nella manipolazione delle espressioni algebriche, forse dovute alla scarsa concentrazione o alla cattiva abitudine a lavorare per meccanismi non perfettamente consolidati (cambio di segno, somma – sottrazione o moltiplicazione - divisione ad ambo i membri). Per quanto riguarda le disequazioni l'errore più frequente è su quelle di tipo frazionario: all'inizio era consuetudine semplificare il denominatore. La discussione sul suo significato e sulla non conoscenza a priori del suo segno ha prodotto molti miglioramenti e il metodo di risoluzioni di queste disequazioni non è stato considerato solo più una mera applicazione di calcoli. L'approccio ai problemi da parte dei ragazzi è stato inizialmente molto difficoltoso, la maggior parte di loro si approssimava a questi negativamente, con uno spirito rinunciatario. Solo discutendone assieme, facendo capire loro l'utilità dell'interpretazione, dell'analisi dei dati e della modellizzazione, e infine anche grazie ad una sorta di gioco, sono riuscito a coinvolgerli maggiormente in questa fase di lavoro in classe.

Le insufficienze sono state solo 3, due assolutamente non gravi (voto 5) e un 4. Solo per questi 3 allievi si dovrebbe prevedere un'attività di recupero, finalizzata a colmare le lacune, riprendendo le parti dell'unità didattica in cui si sono riscontrate le maggiori difficoltà. L'intervento di recupero deve inoltre consentire a questi allievi di proseguire l'anno scolastico mantenendo un livello minimo di interesse e partecipazione.

Anche se da parte mia non è stato possibile procedere al recupero o al consolidamento degli argomenti trattati, dal momento che il mio intervento didattico è terminato con la consegna e correzione della prova (e d'altra parte durante il tirocinio avevo già dedicato almeno 3 ore a lavori utili per il recupero di allievi in difficoltà e al consolidamento degli argomenti per i più bravi), mi pare comunque utile soffermarmi, con un'ulteriore analisi, sulle situazioni più “clamorose” emerse dalla verifica.

Prima di analizzare più in dettaglio la situazione dei 3 allievi insufficienti, credo sia opportuno fare alcune osservazioni anche sull'allievo n° 8, che nonostante non abbia risposto ai primi 4 item (le 4 celle colorate in grigio nella Tab. 1 di pag. 20) è riuscito a conseguire più della sufficienza (6,5).

Dal **Grafico 6** si può notare come l'allievo sia abbondantemente sopra la sufficienza per quasi tutti gli item dal n° 5 al n° 11, mentre sia appena sotto la sufficienza per il 12. Per gli esercizi che ha svolto correttamente si vede che ha votazioni oltre la media della classe. In fase di correzione ho ipotizzato (come poi è stato confermato dall'allievo stesso) che i primi 4 item siano stati lasciati da parte volontariamente. Quindi escludendo questi 4 esercizi, l'allievo 8 ha “sbagliato” solo l'item 12.

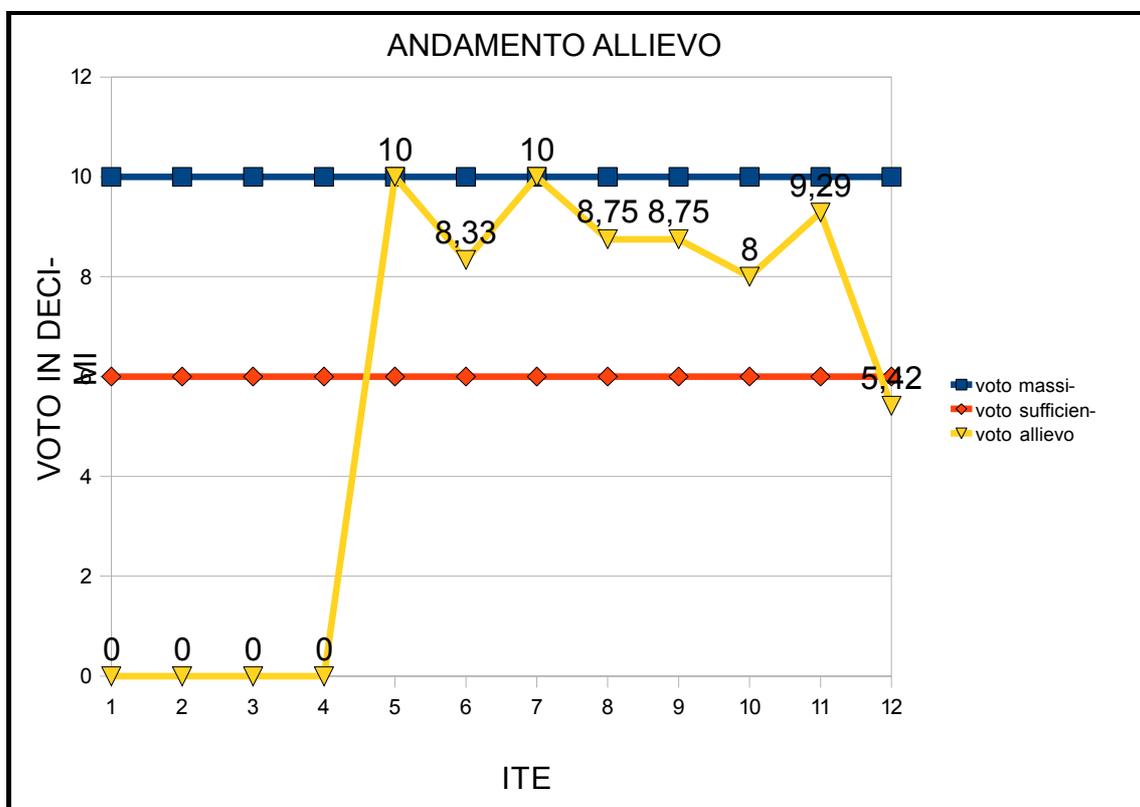


Grafico 6: Andamento allievo 8

Come si vede, la variazione di votazione fra gli esercizi fatti male e quelli fatti bene è molto ampia: si passa infatti da 0 pt a voti che superano il valore di 8 pt (questo vale per tutti gli item dal n°5 al n° 11). Come risulta dalla **Tabella 5**, in cui vengono messi a confronto i risultati dell'allievo 8 e degli insufficienti (allievi n° 5, 10, 20), il loro rendimento sui singoli item pare essere complementare. Il **Grafico 7** ben evidenzia il loro andamento ribaltato.

Per me che ho seguito la classe per 3 sole settimane risulta difficile interpretare un comportamento così “anomalo” da parte dell'allievo 8; forse il fatto di essere straniero e da poco tempo in Italia può aver influito negativamente negli item che richiedevano di interpretare domande con una sintassi anche piuttosto articolata.

ANALISI VOTI AI SINGOLI ITEM DEGLI ALLIEVI INSUFFICIENTI - CONFRONTO CON ALLIEVO 8												
	ITEM 1	ITEM 2	ITEM 3	ITEM 4	ITEM 5	ITEM 6	ITEM 7	ITEM 8	ITEM 9	ITEM 10	ITEM 11	ITEM 12
voto allievo 5	10	10	10	10	3,33	8,33	3,33	3,75	3,75	0	5,71	3,33
voto allievo 8	0	0	0	0	10	8,33	10	8,75	8,75	8	9,29	5,42
voto allievo 10	7,5	10	10	10	3,33	5,83	5	2,5	3,75	0	7,14	0
voto allievo 20	5	10	10	10	5	5,83	2,5	5	5	2	7,14	2,5
sufficienza	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

Tabella 5: Confronto tra i voti degli allievi insufficienti e dell' allievo 8

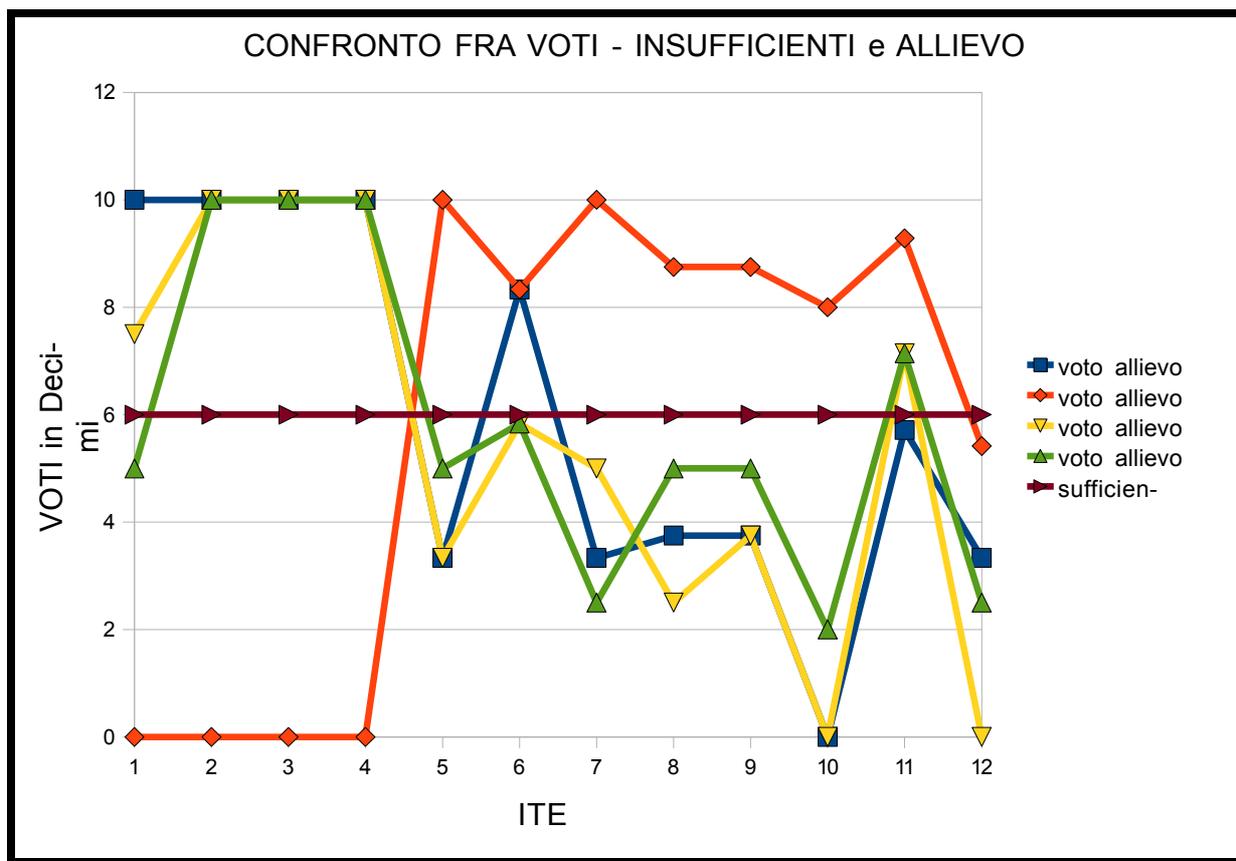


Grafico 7: confronto dei voti degli insufficienti e dell'allievo 8

Concentrandomi sui 3 studenti insufficienti, per poter programmare un recupero, mi pare essenziale individuare i loro punti deboli. Dal precedente grafico 7, risultano acquisite le conoscenze di base verificate dagli item 1, 2, 3, 4.

- Per l'allievo 5: sono risultati gravemente insufficienti gli item 5, 7, 8, 9, 12 e in particolar modo in n° 10, in cui ha totalizzato 0 punti. Questo significa che risulta carente nelle abilità applicative e di calcolo (applicazione di metodi di calcolo e individuazione delle soluzioni e loro rappresentazioni). Si ha però una contraddizione sul item 6 che nonostante sia dello stesso ordine di difficoltà del n° 5 e 7, ha raggiunto la sufficienza. Pertanto in fase di recupero bisognerà puntare sullo svolgimento di molti esercizi, partendo dai più semplici per incrementare gradualmente la difficoltà.
- Per l'allievo 10: sono risultati lievemente insufficienti l'item 7, gravemente insufficienti gli item 5, 8, 9, e gli item 10 e 12 non sono stati affrontati. La situazione quindi risulta più grave rispetto agli altri insufficienti (voto 4), anche a causa dell'atteggiamento di rinuncia di fronte agli esercizi con maggiore difficoltà o che richiedono abilità superiori e più complesse. In fase di recupero sarà pertanto necessario riuscire a motivare l'allievo e infondergli sicurezza attraverso una serie di esercizi che siano alla sua portata, guidandolo verso difficoltà crescenti.

- Per l'allievo 20, infine: sono risultati lievemente insufficienti gli item 1, 5, 8, 9 e gravemente insufficienti gli item 7, 10, 12. Si verifica una grande discrepanza fra il rendimento nell'item 1 e quello negli item 2, 3, 4 ad esso simili (in cui invece ha totalizzato il massimo punteggio), probabilmente da attribuire a distrazione o sottovalutazione dell'esercizio. Anche per lui l'attività di recupero deve puntare sulle abilità più complesse in cui risulta carente come evidenziato dal problema n° 12.

13. Conclusioni

La verifica ha fornito risultati confortanti: sembrerebbe che gli argomenti spiegati siano stati capiti dalla maggior parte della classe, le 3 insufficienze sono fisiologiche. Gli item proposti coprono interamente le parti trattate durante il mio tirocinio attivo. La regola per la costruzione di una buona prova di valutazione prevede che gli item siano graduati con difficoltà crescente (passare da quelli facili a quelli difficili coprendo vari livelli di complessità): pertanto gli item iniziali devono essere i più semplici (per non demotivare gli allievi) e nella mia prova i primi 4 soddisfano questo requisito. Seguono poi 3 esercizi (disequazioni intere) che possono essere classificati come di uguale difficoltà (forse su questi 3 esercizi si possono effettuare miglioramenti rendendo il primo più facile e l'ultimo più difficile). La sequenza di esercizi sui sistemi o sulle disequazioni frazionarie hanno difficoltà crescente, e come ha dimostrato l'analisi dell'item 10, questo è affidabile ed ha una ottima selettività. Per quanto concerne i problemi, l'item 12 ha la stessa efficacia dell'esercizio 10, mentre l'item 11 andrebbe assolutamente eliminato o cambiato con uno di difficoltà maggiore.

Questo corso mi è sembrato uno dei più utili in assoluto della SIS, in quanto, concretamente, mi ha fornito degli strumenti per riflettere su come vada costruita una prova di verifica. Per la prima volta mi sono stati dati degli strumenti per capire quando una domanda risulti efficace sul piano valutativo, per rendermi conto di come gli studenti hanno percepito il grado di difficoltà degli esercizi. I vari indici applicati in questa relazione (molti dei quali, sinceramente, non avevo mai sentito nominare), mi hanno reso l'idea di quanto sia complesso costruire una prova di valutazione davvero efficace: è un'operazione che richiede moltissimi accorgimenti, tutto va calibrato con un "bilancino", muovendosi sempre sul filo del rasoio per evitare da una parte di essere banali e dall'altra di fare richieste eccessivamente difficili.

Per la prima volta, quindi, ho potuto procedere ad un'analisi minuziosa di una verifica e dei suoi risultati: non basta infatti fermarsi al computo totale dei voti e registrare l'andamento generale della classe, ma occorre dar ragione dei risultati stessi. In sostanza, non basta l'indice della media da solo per dire se la classe, nel suo complesso, sta ottenendo buoni risultati. L'indice della media, per essere davvero veritiero, deve essere affiancato dai parametri di affidabilità, di difficoltà, di selettività dei quesiti posti. Questo modo di procedere, anche se è a posteriori, dal momento che può essere applicato solo dopo aver già somministrato la verifica agli studenti, è un momento di autovalutazione fondamentale per un insegnante. Il docente può infatti rendersi conto, in prima persona, della validità della sua azione educativa, e correre ai ripari, apportando in futuro i giusti accorgimenti.